Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №5

з дисципліни «Методи оптимізації та планування експерименту»

# «Проведення трьохфакторного експерименту при використанні рівняння регресії з урахуванням квадратичних членів»

Виконав:

студент групи ІО-82

Мамотенко Богдан Олегович

Залікова книжка № IO-8212

Варіант: 211

Перевірив:

Регіда П.Г.

Київ 2020

# Мета: Провести трьохфакторний експеримент з урахуванням квадратичних членів ,використовуючи центральний ортогональний композиційний план. Знайти рівняння регресії, яке буде адекватним для опису об'єкту.

# Завдання:

1. Взяти рівняння з урахуванням квадратичних членів.

2. Скласти матрицю планування для ОЦКП

3. Провести експеримент у всіх точках факторного простору (знайти значення функції відгуку Y). Значення функції відгуку знайти у відповідності з варіантом діапазону, зазначеного далі. Варіанти вибираються по номеру в списку в журналі викладача.

4. Розрахувати коефіцієнти рівняння регресії і записати його.

5. Провести 3 статистичні перевірки.

**Варіант:**



**Код програми:**

import random  
import numpy  
import math  
  
x1\_min = -6  
x1\_max = 10  
x2\_min = -3  
x2\_max = 5  
x3\_min = -4  
x3\_max = 9  
y\_min = int(200 + (x1\_min + x2\_min + x3\_min) / 3)  
y\_max = int(200 + (x1\_max + x2\_max + x3\_max) / 3)  
m = 3  
  
x\_norm = [[1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, -1, 1, 1, 1],  
 [1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, -1, 1, 1, 1],  
 [1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, 1, 1],  
 [1, 1, 1, -1, 1, -1, -1, -1, 1, 1, 1],  
 [1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, 1, 1],  
 [1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, 1, 1, 1, 1],  
 [1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, 1, 1],  
 [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1],  
 [1, -1.215, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1.47623, 0, 0],  
 [1, 1.215, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1.47623, 0, 0],  
 [1, 0, -1.215, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1.47623, 0],  
 [1, 0, 1.215, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1.47623, 0],  
 [1, 0, 0, -1.215, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1.47623],  
 [1, 0, 0, 1.215, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1.47623],  
 [1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]]  
  
x01 = (x1\_min + x1\_max) / 2  
x02 = (x2\_min + x2\_max) / 2  
x03 = (x3\_min + x3\_max) / 2  
  
dx1 = x1\_max - x01  
dx2 = x2\_max - x02  
dx3 = x3\_max - x03  
l = 1.215  
x\_nat = [[1, x1\_min, x2\_min, x3\_min, x1\_min \* x2\_min, x1\_min \* x3\_min, x2\_min \* x3\_min, x1\_min \* x2\_min \* x3\_min,  
 x1\_min \* x1\_min,  
 x2\_min \* x2\_min, x3\_min \* x3\_min],  
 [1, x1\_min, x2\_max, x3\_max, x1\_min \* x2\_max, x1\_min \* x3\_max, x2\_max \* x3\_max, x1\_min \* x2\_max \* x3\_max,  
 x1\_min \* x1\_min,  
 x2\_max \* x2\_max, x3\_max \* x3\_max],  
 [1, x1\_max, x2\_min, x3\_max, x1\_max \* x2\_min, x1\_max \* x3\_max, x2\_min \* x3\_max, x1\_max \* x2\_min \* x3\_max,  
 x1\_max \* x1\_max,  
 x2\_min \* x2\_min, x3\_max \* x3\_max],  
 [1, x1\_max, x2\_max, x3\_min, x1\_max \* x2\_max, x1\_max \* x3\_min, x2\_max \* x3\_min, x1\_max \* x2\_max \* x3\_min,  
 x1\_max \* x1\_max,  
 x2\_max \* x2\_max, x3\_min \* x3\_min],  
 [1, x1\_min, x2\_min, x3\_max, x1\_min \* x2\_min, x1\_min \* x3\_max, x2\_min \* x3\_max, x1\_min \* x2\_min \* x3\_max,  
 x1\_min \* x1\_min,  
 x2\_min \* x2\_min, x3\_max \* x3\_max],  
 [1, x1\_min, x2\_max, x3\_min, x1\_min \* x2\_max, x1\_min \* x3\_min, x2\_max \* x3\_min, x1\_min \* x2\_max \* x3\_min,  
 x1\_min \* x1\_min,  
 x2\_max \* x2\_max, x3\_min \* x3\_min],  
 [1, x1\_max, x2\_min, x3\_min, x1\_max \* x2\_min, x1\_max \* x3\_min, x2\_min \* x3\_min, x1\_max \* x2\_min \* x3\_min,  
 x1\_max \* x1\_max,  
 x2\_min \* x2\_min, x3\_min \* x3\_min],  
 (1, x1\_max, x2\_max, x3\_max, x1\_max \* x2\_max, x1\_max \* x3\_max, x2\_max \* x3\_max, x1\_max \* x2\_max \* x3\_max,  
 x1\_max \* x1\_max,  
 x2\_max \* x2\_max, x3\_max \* x3\_max),  
 [1, -l \* dx1 + x01, x02, x03, (-l \* dx1 + x01) \* x02, (-l \* dx1 + x01) \* x03, x02 \* x03,  
 (-l \* dx1 + x01) \* x02 \* x03, (-l \* dx1 + x01) \* (-l \* dx1 + x01), x02 \* x02, x03 \* x03],  
 [1, l \* dx1 + x01, x02, x03, (l \* dx1 + x01) \* x02, (l \* dx1 + x01) \* x03, x02 \* x03,  
 (l \* dx1 + x01) \* x02 \* x03, (l \* dx1 + x01) \* (l \* dx1 + x01), x02 \* x02, x03 \* x03],  
 [1, x01, -l \* dx2 + x02, x03, x01 \* (-l \* dx2 + x02), x01 \* x03, (-l \* dx2 + x02) \* x03,  
 x01 \* (-l \* dx2 + x02) \* x03, x01 \* x01, (-l \* dx2 + x02) \* (-l \* dx2 + x02), x03 \* x03],  
 [1, x01, l \* dx2 + x02, x03, x01 \* (l \* dx2 + x02), x01 \* x03, (l \* dx2 + x02) \* x03,  
 x01 \* (l \* dx2 + x02) \* x03, x01 \* x01, (l \* dx2 + x02) \* (l \* dx2 + x02), x03 \* x03],  
 [1, x01, x02, -l \* dx3 + x03, x01 \* x02, x01 \* (-l \* dx3 + x03), x02 \* (-l \* dx3 + x03),  
 x01 \* x02 \* (-l \* dx3 + x03), x01 \* x01, x02 \* x02, (-l \* dx3 + x03) \* (-l \* dx3 + x03)],  
 [1, x01, x02, l \* dx3 + x03, x01 \* x02, x01 \* (l \* dx3 + x03), x02 \* (l \* dx3 + x03),  
 x01 \* x02 \* (l \* dx3 + x03), x01 \* x01, x02 \* x02, (l \* dx3 + x03) \* (l \* dx3 + x03)],  
 [1, x01, x02, x03, x01 \* x02, x01 \* x03, x02 \* x03, x01 \* x02 \* x03, x01 \* x01, x02 \* x02, x03 \* x03]  
 ]  
  
print("X нормалізоване = ")  
for i in range(15):  
 print(x\_norm[i])  
  
print("X натуралізоване = ")  
for i in range(15):  
 print(x\_nat[i])  
  
D1 = 0  
D2 = 0  
D3 = 0  
D4 = 0  
D5 = 0  
D6 = 0  
D7 = 0  
D8 = 0  
D9 = 0  
D10 = 0  
D11 = 0  
D12 = 0  
D13 = 0  
D14 = 0  
D15 = 0  
  
y1Sr = 0  
y2Sr = 0  
y3Sr = 0  
y4Sr = 0  
y5Sr = 0  
y6Sr = 0  
y7Sr = 0  
y8Sr = 0  
  
f1 = m - 1  
f2 = 8  
  
flag = True  
y = []  
while (flag):  
 y = [[random.randint(y\_min, y\_max) for i in range(m)] for j in range(15)]  
 print("Y = ")  
 for i in range(15):  
 print(y[i])  
  
 for i in range(m):  
 y1Sr += y[0][i]  
 y2Sr += y[1][i]  
 y3Sr += y[2][i]  
 y4Sr += y[3][i]  
 y5Sr += y[4][i]  
 y6Sr += y[5][i]  
 y7Sr += y[6][i]  
 y8Sr += y[7][i]  
 y1Sr = y1Sr / m  
 y2Sr = y2Sr / m  
 y3Sr = y3Sr / m  
 y4Sr = y4Sr / m  
 y5Sr = y5Sr / m  
 y6Sr = y6Sr / m  
 y7Sr = y7Sr / m  
 y8Sr = y8Sr / m  
 print("Середні значення y", round(y1Sr, 2), round(y2Sr, 2), round(y3Sr, 2), round(y4Sr, 2), round(y5Sr, 2),  
 round(y6Sr, 2), round(y7Sr, 2), round(y8Sr, 2))  
  
 mx1 = 0  
 mx2 = 0  
 mx3 = 0  
 a11 = 0  
 a22 = 0  
 a33 = 0  
 a12 = a21 = 0  
 a13 = a31 = 0  
 a23 = a32 = 0  
 for i in range(8):  
 mx1 += x\_nat[i][1]  
 mx2 += x\_nat[i][2]  
 mx3 += x\_nat[i][3]  
 a11 += x\_nat[i][1] \*\* 2  
 a22 += x\_nat[i][2] \*\* 2  
 a33 += x\_nat[i][3] \*\* 2  
 a12 += x\_nat[i][1] \* x\_nat[i][2]  
 a13 += x\_nat[i][1] \* x\_nat[i][3]  
 a23 += x\_nat[i][2] \* x\_nat[i][3]  
 mx1 = mx1 / 8  
 mx2 = mx2 / 8  
 mx3 = mx3 / 8  
 a11 = a11 / 8  
 a22 = a22 / 8  
 a33 = a33 / 8  
 a12 = a21 = a12 / 8  
 a13 = a31 = a13 / 8  
 a23 = a32 = a23 / 8  
  
 my = (y1Sr + y2Sr + y3Sr + y4Sr + y5Sr + y6Sr + y7Sr + y8Sr) / 8  
  
 a1 = (x\_nat[0][1] \* y1Sr + x\_nat[1][1] \* y2Sr + x\_nat[2][1] \* y3Sr + x\_nat[3][1] \* y4Sr + x\_nat[4][1] \* y5Sr +  
 x\_nat[5][  
 1] \* y6Sr + x\_nat[6][1] \* y7Sr + x\_nat[7][1] \* y8Sr) / 8  
 a2 = (x\_nat[0][2] \* y1Sr + x\_nat[1][2] \* y2Sr + x\_nat[2][2] \* y3Sr + x\_nat[3][2] \* y4Sr + x\_nat[4][2] \* y5Sr +  
 x\_nat[5][  
 2] \* y6Sr + x\_nat[6][2] \* y7Sr + x\_nat[7][2] \* y8Sr) / 8  
 a3 = (x\_nat[0][3] \* y1Sr + x\_nat[1][3] \* y2Sr + x\_nat[2][3] \* y3Sr + x\_nat[3][3] \* y4Sr + x\_nat[4][3] \* y4Sr +  
 x\_nat[5][  
 3] \* y6Sr + x\_nat[6][3] \* y7Sr + x\_nat[7][3] \* y8Sr) / 8  
  
 a = numpy.array([[1, mx1, mx2, mx3],  
 [mx1, a11, a12, a13],  
 [mx2, a12, a22, a32],  
 [mx3, a13, a23, a33]])  
 c = numpy.array([[my], [a1], [a2], [a3]])  
 b = numpy.linalg.solve(a, c)  
 print("Рівняння регресії")  
 print("y = ", round(b[0][0], 2), "+", round(b[1][0], 2), " \* x1 +", round(b[2][0], 2), " \* x2 +", round(b[3][0], 2),  
 "\* x3")  
  
 for i in range(m):  
 D1 += pow((y[0][i] - y1Sr), 2)  
 D2 += pow((y[1][i] - y2Sr), 2)  
 D3 += pow((y[2][i] - y3Sr), 2)  
 D4 += pow((y[3][i] - y4Sr), 2)  
 D5 += pow((y[4][i] - y5Sr), 2)  
 D6 += pow((y[5][i] - y6Sr), 2)  
 D7 += pow((y[6][i] - y7Sr), 2)  
 D8 += pow((y[7][i] - y8Sr), 2)  
  
 D1 = D1 / m  
 D2 = D2 / m  
 D3 = D3 / m  
 D4 = D4 / m  
 D5 = D5 / m  
 D6 = D6 / m  
 D7 = D7 / m  
 D8 = D8 / m  
 Dmax = max(D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D8)  
 Gp = Dmax / (D1 + D2 + D3 + D4 + D5 + D6 + D7 + D8)  
 f1 = m - 1  
 f2 = 8  
 q = 0.05  
 Gt = 0.5157  
 if f1 == 3:  
 Gt = 0.4377  
 print("\n")  
 if Gp < Gt:  
 print(Gp, "<", Gt)  
 print("Дисперcія однорідна")  
 print("m = ", m, "\n")  
 flag = False  
 else:  
 print(Gp, ">", Gt)  
 print("Дисперcія неоднорідна\n")  
 m += 1  
  
DB = (D1 + D2 + D3 + D4 + D5 + D6 + D7 + D8) / 8  
Dbeta2 = DB / (8 \* m)  
Dbeta = math.sqrt(Dbeta2)  
beta0 = (y1Sr \* x\_norm[0][0] + y2Sr \* x\_norm[1][0] + y3Sr \* x\_norm[2][0] + y4Sr \* x\_norm[3][0] + x\_norm[4][0] \* y5Sr +  
 x\_norm[5][0] \* y6Sr + x\_norm[6][0] \* y7Sr + x\_norm[7][0] \* y8Sr) / 8  
beta1 = (y1Sr \* x\_norm[0][1] + y2Sr \* x\_norm[1][1] + y3Sr \* x\_norm[2][1] + y4Sr \* x\_norm[3][1] + x\_norm[4][1] \* y5Sr +  
 x\_norm[5][1] \* y6Sr + x\_norm[6][1] \* y7Sr + x\_norm[7][1] \* y8Sr) / 8  
beta2 = (y1Sr \* x\_norm[0][2] + y2Sr \* x\_norm[1][2] + y3Sr \* x\_norm[2][2] + y4Sr \* x\_norm[3][2] + x\_norm[4][2] \* y5Sr +  
 x\_norm[5][2] \* y6Sr + x\_norm[6][2] \* y7Sr + x\_norm[7][2] \* y8Sr) / 8  
beta3 = (y1Sr \* x\_norm[0][3] + y2Sr \* x\_norm[1][3] + y3Sr \* x\_norm[2][3] + y4Sr \* x\_norm[3][3] + x\_norm[4][3] \* y5Sr +  
 x\_norm[5][3] \* y6Sr + x\_norm[6][3] \* y7Sr + x\_norm[7][3] \* y8Sr) / 8  
t0 = abs(beta0) / Dbeta  
t1 = abs(beta1) / Dbeta  
t2 = abs(beta2) / Dbeta  
t3 = abs(beta3) / Dbeta  
f3 = f1 \* f2  
ttabl = 2.120  
if f3 == 24:  
 ttabl = 2.064  
print("Оцінимо значимість коефіцієнтів регресіїї згідно критерію Стьюдента")  
print(t0, " ", ttabl)  
print(t1, " ", ttabl)  
print(t2, " ", ttabl)  
print(t3, " ", ttabl)  
coef = [1, 0, 0, 0]  
if t1 > ttabl:  
 coef[1] = 1  
if t2 > ttabl:  
 coef[2] = 1  
if t3 > ttabl:  
 coef[3] = 1  
  
y1Q = coef[0] \* b[0][0] + coef[1] \* b[1][0] \* x\_nat[0][1] + coef[2] \* b[2][0] \* x\_nat[0][2] + coef[3] \* b[3][0] \* \  
 x\_nat[0][  
 3]  
y2Q = coef[0] \* b[0][0] + coef[1] \* b[1][0] \* x\_nat[1][1] + coef[2] \* b[2][0] \* x\_nat[1][2] + coef[3] \* b[3][0] \* \  
 x\_nat[1][  
 3]  
y3Q = coef[0] \* b[0][0] + coef[1] \* b[1][0] \* x\_nat[2][1] + coef[2] \* b[2][0] \* x\_nat[2][2] + coef[3] \* b[3][0] \* \  
 x\_nat[2][  
 3]  
y4Q = coef[0] \* b[0][0] + coef[1] \* b[1][0] \* x\_nat[3][1] + coef[2] \* b[2][0] \* x\_nat[3][2] + coef[3] \* b[3][0] \* \  
 x\_nat[3][  
 3]  
y5Q = coef[0] \* b[0][0] + coef[1] \* b[1][0] \* x\_nat[4][1] + coef[2] \* b[2][0] \* x\_nat[4][2] + coef[3] \* b[3][0] \* \  
 x\_nat[4][  
 3]  
y6Q = coef[0] \* b[0][0] + coef[1] \* b[1][0] \* x\_nat[5][1] + coef[2] \* b[2][0] \* x\_nat[5][2] + coef[3] \* b[3][0] \* \  
 x\_nat[5][  
 3]  
y7Q = coef[0] \* b[0][0] + coef[1] \* b[1][0] \* x\_nat[6][1] + coef[2] \* b[2][0] \* x\_nat[6][2] + coef[3] \* b[3][0] \* \  
 x\_nat[6][  
 3]  
y8Q = coef[0] \* b[0][0] + coef[1] \* b[1][0] \* x\_nat[7][1] + coef[2] \* b[2][0] \* x\_nat[7][2] + coef[3] \* b[3][0] \* \  
 x\_nat[7][  
 3]  
print("Значимі коефіцієнти (1 - значимий) ", coef, "\n")  
print("Рівняння регресії згідно критерію Стьюдента")  
print("y = ", coef[0] \* round(b[0][0], 2), "+", coef[1] \* round(b[1][0], 2), " \* x1 +", coef[2] \* round(b[2][0], 2),  
 " \* x2 +", coef[3] \* round(b[3][0], 2), "\* x3")  
  
# Фишер  
d = 0  
for i in range(len(coef)):  
 if coef[i] == 1:  
 d += 1  
f4 = 8 - d  
S\_ad = (m / (8 - d)) \* (pow((y1Q - y1Sr), 2) + pow((y2Q - y2Sr), 2) + pow((y3Q - y3Sr), 2) + pow((y4Q - y4Sr), 2) + pow(  
 (y5Q - y5Sr), 2) + pow((y6Q - y6Sr), 2) + pow((y7Q - y7Sr), 2) + pow((y8Q - y8Sr), 2))  
Fp = S\_ad / DB  
Ft = 4.3  
if f3 == 24:  
 if f4 == 2:  
 Ft = 3.4  
 if f4 == 1:  
 Ft = 4.3  
 if f4 == 3:  
 Ft = 3  
 if f4 == 4:  
 Ft = 2.8  
elif f3 == 16:  
 if f4 == 2:  
 Ft = 3.6  
 if f4 == 1:  
 Ft = 4.5  
 if f4 == 3:  
 Ft = 3.2  
 if f4 == 4:  
 Ft = 3  
adect = 1  
if Fp > Ft:  
 print("Рівняння регресії неадекватно оригіналу при рівні значимості 0.05 за критерієм Фішера\n")  
else:  
 print("Рівняння регресії адекватно оригіналу при рівні значимості 0.05 за критерієм Фішера")  
 adect = 0  
  
flag2 = True  
if adect == 1:  
 xMnozh = [[1, 1, 1, -1], [-1, -1, 1, -1], [-1, 1, -1, -1], [1, -1, -1, -1], [1, -1, -1, 1], [-1, 1, -1, 1],  
 [-1, -1, 1, 1], [1, 1, 1, 1]]  
 ySr = [y1Sr, y2Sr, y3Sr, y4Sr, y5Sr, y6Sr, y7Sr, y8Sr]  
 print(Gp, "<", Gt)  
 print("Дисперcія однорідна")  
 print("m = ", m, "\n")  
  
 m0\_0 = 8  
 m1\_0 = m0\_1 = 0  
 m2\_0 = m0\_2 = 0  
 m3\_0 = m0\_3 = 0  
 m4\_0 = m0\_4 = 0  
 m5\_0 = m0\_5 = 0  
 m6\_0 = m0\_6 = 0  
 m7\_0 = m0\_7 = 0  
 m1\_2 = m2\_1 = 0  
 m1\_3 = m3\_1 = 0  
 m1\_4 = m4\_1 = 0  
 m1\_5 = m5\_1 = 0  
 m1\_6 = m6\_1 = 0  
 m1\_7 = m7\_1 = 0  
 m2\_3 = m3\_2 = 0  
 m2\_4 = m4\_2 = 0  
 m2\_5 = m5\_2 = 0  
 m2\_6 = m6\_2 = 0  
 m2\_7 = m7\_2 = 0  
 m3\_4 = m4\_3 = 0  
 m3\_5 = m5\_3 = 0  
 m3\_6 = m6\_3 = 0  
 m3\_7 = m7\_3 = 0  
 m4\_5 = m5\_4 = 0  
 m4\_6 = m6\_4 = 0  
 m4\_7 = m7\_4 = 0  
 m5\_6 = m6\_5 = 0  
 m5\_7 = m7\_5 = 0  
 m6\_7 = m7\_6 = 0  
  
 m1\_1 = 0  
 m2\_2 = 0  
 m3\_3 = 0  
 m4\_4 = 0  
 m5\_5 = 0  
 m6\_6 = 0  
 m7\_7 = 0  
  
 for i in range(8):  
 m1\_0 += x\_nat[i][1]  
 m2\_0 += x\_nat[i][2]  
 m3\_0 += x\_nat[i][3]  
 m4\_0 += x\_nat[i][1] \* x\_nat[i][2]  
 m5\_0 += x\_nat[i][1] \* x\_nat[i][3]  
 m6\_0 += x\_nat[i][3] \* x\_nat[i][2]  
 m7\_0 += x\_nat[i][1] \* x\_nat[i][2] \* x\_nat[i][3]  
 m1\_2 += x\_nat[i][1] \* x\_nat[i][2]  
 m1\_3 += x\_nat[i][1] \* x\_nat[i][3]  
 m1\_4 += pow(x\_nat[i][1], 2) \* x\_nat[i][2]  
 m1\_5 += pow(x\_nat[i][1], 2) \* x\_nat[i][3]  
 m1\_6 += x\_nat[i][1] \* x\_nat[i][2] \* x\_nat[i][3]  
 m1\_7 += pow(x\_nat[i][1], 2) \* x\_nat[i][2] \* x\_nat[i][3]  
 m2\_3 += x\_nat[i][3] \* x\_nat[i][2]  
 m2\_4 += pow(x\_nat[i][2], 2) \* x\_nat[i][1]  
 m2\_5 += x\_nat[i][1] \* x\_nat[i][2] \* x\_nat[i][3]  
 m2\_6 += pow(x\_nat[i][2], 2) \* x\_nat[i][3]  
 m2\_7 += pow(x\_nat[i][2], 2) \* x\_nat[i][3] \* x\_nat[i][1]  
 m3\_4 += x\_nat[i][1] \* x\_nat[i][2] \* x\_nat[i][3]  
 m3\_5 += pow(x\_nat[i][3], 2) \* x\_nat[i][1]  
 m3\_6 += pow(x\_nat[i][3], 2) \* x\_nat[i][2]  
 m3\_7 += pow(x\_nat[i][3], 2) \* x\_nat[i][2] \* x\_nat[i][1]  
 m4\_5 += pow(x\_nat[i][1], 2) \* x\_nat[i][2] \* x\_nat[i][3]  
 m4\_6 += pow(x\_nat[i][2], 2) \* x\_nat[i][3] \* x\_nat[i][1]  
 m4\_7 += pow(x\_nat[i][1], 2) \* pow(x\_nat[i][2], 2) \* x\_nat[i][3]  
 m5\_6 += pow(x\_nat[i][3], 2) \* x\_nat[i][2] \* x\_nat[i][1]  
 m5\_7 += pow(x\_nat[i][1], 2) \* pow(x\_nat[i][3], 2) \* x\_nat[i][2]  
 m6\_7 += pow(x\_nat[i][2], 2) \* pow(x\_nat[i][3], 2) \* x\_nat[i][1]  
  
 m1\_1 += pow(x\_nat[i][1], 2)  
 m2\_2 += pow(x\_nat[i][2], 2)  
 m3\_3 += pow(x\_nat[i][3], 2)  
 m4\_4 += pow(x\_nat[i][1], 2) \* pow(x\_nat[i][2], 2)  
 m5\_5 += pow(x\_nat[i][1], 2) \* pow(x\_nat[i][3], 2)  
 m6\_6 += pow(x\_nat[i][2], 2) \* pow(x\_nat[i][3], 2)  
 m7\_7 += pow(x\_nat[i][1], 2) \* pow(x\_nat[i][2], 2) \* pow(x\_nat[i][3], 2)  
  
 m0\_1 = m0\_1 / 8  
 m0\_2 = m0\_2 / 8  
 m0\_3 = m0\_3 / 8  
 m0\_4 = m0\_4 / 8  
 m0\_5 = m0\_5 / 8  
 m0\_6 = m0\_6 / 8  
 m0\_7 = m0\_7 / 8  
 m2\_1 = m2\_1 / 8  
 m3\_1 = m3\_1 / 8  
 m4\_1 = m4\_1 / 8  
 m5\_1 = m5\_1 / 8  
 m6\_1 = m6\_1 / 8  
 m7\_1 = m7\_1 / 8  
 m3\_2 = m3\_2 / 8  
 m4\_2 = m4\_2 / 8  
 m5\_2 = m5\_2 / 8  
 m6\_2 = m6\_2 / 8  
 m7\_2 = m7\_2 / 8  
 m4\_3 = m4\_3 / 8  
 m5\_3 = m5\_3 / 8  
 m6\_3 = m6\_3 / 8  
 m7\_3 = m7\_3 / 8  
 m5\_4 = m5\_4 / 8  
 m6\_4 = m6\_4 / 8  
 m7\_4 = m7\_4 / 8  
 m6\_5 = m6\_5 / 8  
 m7\_5 = m7\_5 / 8  
 m7\_6 = m7\_6 / 8  
  
 m0\_1 = m1\_0  
 m0\_2 = m2\_0  
 m0\_3 = m3\_0  
 m0\_4 = m4\_0  
 m0\_5 = m5\_0  
 m0\_6 = m6\_0  
 m0\_7 = m7\_0  
 m2\_1 = m1\_2  
 m3\_1 = m1\_3  
 m4\_1 = m1\_4  
 m5\_1 = m1\_5  
 m6\_1 = m1\_6  
 m7\_1 = m1\_7  
 m3\_2 = m2\_3  
 m4\_2 = m2\_4  
 m5\_2 = m2\_5  
 m6\_2 = m2\_6  
 m7\_2 = m2\_7  
 m4\_3 = m3\_4  
 m5\_3 = m3\_5  
 m6\_3 = m3\_6  
 m7\_3 = m3\_7  
 m5\_4 = m4\_5  
 m6\_4 = m4\_6  
 m7\_4 = m4\_7  
 m6\_5 = m5\_6  
 m7\_5 = m5\_7  
 m7\_6 = m6\_7  
  
 k0 = 0  
 k1 = 0  
 k2 = 0  
 k3 = 0  
 k4 = 0  
 k5 = 0  
 k6 = 0  
 k7 = 0  
 for i in range(8):  
 k0 += ySr[i]  
 k1 += ySr[i] \* x\_nat[i][1]  
 k2 += ySr[i] \* x\_nat[i][2]  
 k3 += ySr[i] \* x\_nat[i][3]  
 k4 += ySr[i] \* x\_nat[i][1] \* x\_nat[i][2]  
 k5 += ySr[i] \* x\_nat[i][1] \* x\_nat[i][3]  
 k6 += ySr[i] \* x\_nat[i][2] \* x\_nat[i][3]  
 k7 += ySr[i] \* x\_nat[i][1] \* x\_nat[i][2] \* x\_nat[i][3]  
 k0 = k0 / 8  
 k1 = k1 / 8  
 k2 = k2 / 8  
 k3 = k3 / 8  
 k4 = k4 / 8  
 k5 = k5 / 8  
 k6 = k6 / 8  
 k7 = k7 / 8  
  
 a = numpy.array([[m0\_0, m1\_0, m2\_0, m3\_0, m4\_0, m5\_0, m6\_0, m7\_0],  
 [m0\_1, m1\_1, m2\_1, m3\_1, m4\_1, m5\_1, m6\_1, m7\_1],  
 [m0\_2, m1\_2, m2\_2, m3\_2, m4\_2, m5\_2, m6\_2, m7\_2],  
 [m0\_3, m1\_3, m2\_3, m3\_3, m4\_3, m5\_3, m6\_3, m7\_3],  
 [m0\_4, m1\_4, m2\_4, m3\_4, m4\_4, m5\_4, m6\_4, m7\_4],  
 [m0\_5, m1\_5, m2\_5, m3\_5, m4\_5, m5\_5, m6\_5, m7\_5],  
 [m0\_6, m1\_6, m2\_6, m3\_6, m4\_6, m5\_6, m6\_6, m7\_6],  
 [m0\_7, m1\_7, m2\_7, m3\_7, m4\_7, m5\_7, m6\_7, m7\_7]])  
 c = numpy.array([[k0], [k1], [k2], [k3], [k4], [k5], [k6], [k7]])  
 b = numpy.linalg.solve(a, c)  
 print("Рівняння регресії з ефектом взаємодії: ")  
 print("y = ", round(b[0][0], 4), "+", round(b[1][0], 4), " \* x1 +", round(b[2][0], 4), " \* x2 +", round(b[3][0], 4),  
 "\* x3 +", round(b[4][0], 4),  
 " \* x1 \* x2 +", round(b[5][0], 4), " \* x1 \* x3 +", round(b[6][0], 4), "\* x2 \* x3 +", round(b[7][0], 4),  
 " \* x1 \* x2 \* x3\n")  
 DB = (D1 + D2 + D3 + D4 + D5 + D6 + D7 + D8) / 8  
 Dbeta2 = DB / (8 \* m)  
 Dbeta = math.sqrt(Dbeta2)  
 beta0 = (y1Sr \* x\_norm[0][0] + y2Sr \* x\_norm[1][0] + y3Sr \* x\_norm[2][0] + y4Sr \* x\_norm[3][0] + x\_norm[4][  
 0] \* y5Sr +  
 x\_norm[5][0] \* y6Sr + x\_norm[6][0] \* y7Sr + x\_norm[7][0] \* y8Sr) / 8  
 beta1 = (y1Sr \* x\_norm[0][1] + y2Sr \* x\_norm[1][1] + y3Sr \* x\_norm[2][1] + y4Sr \* x\_norm[3][1] + x\_norm[4][  
 1] \* y5Sr +  
 x\_norm[5][1] \* y6Sr + x\_norm[6][1] \* y7Sr + x\_norm[7][1] \* y8Sr) / 8  
 beta2 = (y1Sr \* x\_norm[0][2] + y2Sr \* x\_norm[1][2] + y3Sr \* x\_norm[2][2] + y4Sr \* x\_norm[3][2] + x\_norm[4][  
 2] \* y5Sr +  
 x\_norm[5][2] \* y6Sr + x\_norm[6][2] \* y7Sr + x\_norm[7][2] \* y8Sr) / 8  
 beta3 = (y1Sr \* x\_norm[0][3] + y2Sr \* x\_norm[1][3] + y3Sr \* x\_norm[2][3] + y4Sr \* x\_norm[3][3] + x\_norm[4][  
 3] \* y5Sr +  
 x\_norm[5][3] \* y6Sr + x\_norm[6][3] \* y7Sr + x\_norm[7][3] \* y8Sr) / 8  
 beta4 = (y1Sr \* xMnozh[0][0] + y2Sr \* xMnozh[1][0] + y3Sr \* xMnozh[2][0] + y4Sr \* xMnozh[3][0] + xMnozh[4][  
 0] \* y5Sr + xMnozh[5][0] \* y6Sr + xMnozh[6][0] \* y7Sr + xMnozh[7][0] \* y8Sr) / 8  
 beta5 = (y1Sr \* xMnozh[0][1] + y2Sr \* xMnozh[1][1] + y3Sr \* xMnozh[2][1] + y4Sr \* xMnozh[3][1] + xMnozh[4][  
 1] \* y5Sr + xMnozh[5][1] \* y6Sr + xMnozh[6][1] \* y7Sr + xMnozh[7][1] \* y8Sr) / 8  
 beta6 = (y1Sr \* xMnozh[0][2] + y2Sr \* xMnozh[1][2] + y3Sr \* xMnozh[2][2] + y4Sr \* xMnozh[3][2] + xMnozh[4][  
 2] \* y5Sr + xMnozh[5][2] \* y6Sr + xMnozh[6][2] \* y7Sr + xMnozh[7][2] \* y8Sr) / 8  
 beta7 = (y1Sr \* xMnozh[0][3] + y2Sr \* xMnozh[1][3] + y3Sr \* xMnozh[2][3] + y4Sr \* xMnozh[3][3] + xMnozh[4][  
 3] \* y5Sr + xMnozh[5][3] \* y6Sr + xMnozh[6][3] \* y7Sr + xMnozh[7][3] \* y8Sr) / 8  
  
 t0 = abs(beta0) / Dbeta  
 t1 = abs(beta1) / Dbeta  
 t2 = abs(beta2) / Dbeta  
 t3 = abs(beta3) / Dbeta  
 t4 = abs(beta4) / Dbeta  
 t5 = abs(beta5) / Dbeta  
 t6 = abs(beta6) / Dbeta  
 t7 = abs(beta7) / Dbeta  
  
 f3 = f1 \* f2  
 ttabl = 2.064  
 print("Оцінимо значимість коефіцієнтів регресіїї згідно критерію Стьюдента")  
 print(t0, " ", ttabl)  
 print(t1, " ", ttabl)  
 print(t2, " ", ttabl)  
 print(t3, " ", ttabl)  
 print(t4, " ", ttabl)  
 print(t5, " ", ttabl)  
 print(t6, " ", ttabl)  
 print(t7, " ", ttabl)  
  
 coef = [1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  
 if t1 > ttabl:  
 coef[1] = 1  
 if t2 > ttabl:  
 coef[2] = 1  
 if t3 > ttabl:  
 coef[3] = 1  
 if t4 > ttabl:  
 coef[4] = 1  
 if t5 > ttabl:  
 coef[5] = 1  
 if t6 > ttabl:  
 coef[6] = 1  
 if t7 > ttabl:  
 coef[7] = 1  
 print("Значимі коефіцієнти (1 - значимий) ", coef, "\n")  
 yQ = [[0], [0], [0], [0], [0], [0], [0], [0]]  
 for i in range(8):  
 for j in range(4):  
 yQ[i][0] += coef[j] \* b[j][0] \* x\_nat[i][j]  
 yQ[i][0] += coef[j + 4] \* b[j + 4][0] \* xMnozh[i][j]  
  
 print("Рівняння регресії згідно критерію Стьюдента")  
 print("y = ", coef[0] \* round(b[0][0], 4), "+", coef[1] \* round(b[1][0], 4), " \* x1 +", coef[2] \* round(b[2][0], 4),  
 " \* x2 +", coef[3] \* round(b[3][0], 4),  
 "\* x3 +", coef[4] \* round(b[4][0], 4), " \* x1 \* x2 +", coef[5] \* round(b[5][0], 4), " \* x1 \* x3 +",  
 coef[6] \* round(b[6][0], 4),  
 "\* x2 \* x3 +", coef[7] \* round(b[7][0], 4),  
 " \* x1 \* x2 \* x3")  
 # Фишер  
 d = 0  
 for i in range(len(coef)):  
 if coef[i] == 1:  
 d += 1  
 f4 = 8 - d  
 S\_ad = (m / (8 - d)) \* (pow((yQ[0][0] - y1Sr), 2) + pow((yQ[1][0] - y2Sr), 2) + pow((yQ[2][0] - y3Sr), 2) + pow(  
 (yQ[3][0] - y4Sr), 2)  
 + pow((yQ[4][0] - y5Sr), 2) + pow((yQ[5][0] - y6Sr), 2) + pow((yQ[6][0] - y7Sr), 2) + pow(  
 (yQ[7][0] - y8Sr), 2))  
 Fp = S\_ad / DB  
 Ft = 4.3  
 if f4 == 2:  
 Ft = 3.4  
 if f4 == 1:  
 Ft = 4.3  
 if f4 == 3:  
 Ft = 3  
 if f4 == 4:  
 Ft = 2.8  
 if Fp > Ft:  
 print("Рівняння регресії неадекватно оригіналу при рівні значимості 0.05 за критерієм Фішера\n")  
 flag2 = False  
 else:  
 print("Рівняння регресії адекватно оригіналу при рівні значимості 0.05 за критерієм Фішера")  
 flag2 = True  
  
y9Sr = 0  
y10Sr = 0  
y11Sr = 0  
y12Sr = 0  
y13Sr = 0  
y14Sr = 0  
y15Sr = 0  
if flag2 == False:  
 for i in range(m):  
 y9Sr += y[8][i]  
 y10Sr += y[9][i]  
 y11Sr += y[10][i]  
 y12Sr += y[11][i]  
 y13Sr += y[12][i]  
 y14Sr += y[13][i]  
 y15Sr += y[14][i]  
 y9Sr = y9Sr / m  
 y10Sr = y10Sr / m  
 y11Sr = y11Sr / m  
 y12Sr = y12Sr / m  
 y13Sr = y13Sr / m  
 y14Sr = y14Sr / m  
 y15Sr = y15Sr / m  
 for i in range(m):  
 D9 += pow((y[8][i] - y9Sr), 2)  
 D10 += pow((y[9][i] - y10Sr), 2)  
 D11 += pow((y[10][i] - y11Sr), 2)  
 D12 += pow((y[11][i] - y12Sr), 2)  
 D13 += pow((y[12][i] - y13Sr), 2)  
 D14 += pow((y[13][i] - y14Sr), 2)  
 D15 += pow((y[14][i] - y15Sr), 2)  
 D9 = D9 / m  
 D10 = D10 / m  
 D11 = D11 / m  
 D12 = D12 / m  
 D13 = D13 / m  
 D14 = D14 / m  
 D15 = D15 / m  
  
 Dmax = max(D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D8, D9, D10, D11, D12, D13, D14, D15)  
 Gp = Dmax / (D1 + D2 + D3 + D4 + D5 + D6 + D7 + D8 + D9 + D10 + D11 + D12 + D13 + D14 + D15)  
 f1 = m - 1  
 f2 = 15  
 q = 0.05  
 Gt = 0.3346  
 if Gp < Gt:  
 print(Gp, "<", Gt)  
 print("Дисперcія однорідна")  
 print("m = ", m, "\n")  
 else:  
 print(Gp, ">", Gt)  
 print("Дисперcія неоднорідна\n")  
  
 ySrNew = [y1Sr, y2Sr, y3Sr, y4Sr, y5Sr, y6Sr, y7Sr, y8Sr, y9Sr, y10Sr, y11Sr, y12Sr, y13Sr, y14Sr, y15Sr]  
 matrix = [[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],  
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],  
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],  
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],  
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],  
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],  
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],  
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],  
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],  
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],  
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]]  
  
 k5 = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  
  
 for i in range(15):  
 for j in range(11):  
 matrix[0][j] += x\_nat[i][j]  
 matrix[1][j] += x\_nat[i][j] \* x\_nat[i][1]  
 matrix[2][j] += x\_nat[i][j] \* x\_nat[i][2]  
 matrix[3][j] += x\_nat[i][j] \* x\_nat[i][3]  
 matrix[4][j] += x\_nat[i][j] \* x\_nat[i][4]  
 matrix[5][j] += x\_nat[i][j] \* x\_nat[i][5]  
 matrix[6][j] += x\_nat[i][j] \* x\_nat[i][6]  
 matrix[7][j] += x\_nat[i][j] \* x\_nat[i][7]  
 matrix[8][j] += x\_nat[i][j] \* x\_nat[i][8]  
 matrix[9][j] += x\_nat[i][j] \* x\_nat[i][9]  
 matrix[10][j] += x\_nat[i][j] \* x\_nat[i][10]  
 k5[j] += x\_nat[i][j] \* ySrNew[j]  
  
 for i in range(11):  
 for j in range(11):  
 matrix[i][j] = matrix[i][j] / 15  
 for i in range(11):  
 k5[i] = k5[i] / 15  
  
 a = numpy.array(matrix)  
 c = numpy.array(k5)  
 b5 = numpy.linalg.solve(a, c)  
  
 print("Рівняння регресії з урахуванням квадратичних членів: ")  
 print("y = ", round(b5[0], 4), "+", round(b5[1], 4), " \* x1 +", round(b5[2], 4), " \* x2 +",  
 round(b5[3], 4),  
 "\* x3 +", round(b5[4], 4),  
 " \* x1 \* x2 +", round(b5[5], 4), " \* x1 \* x3 +", round(b5[6], 4), "\* x2 \* x3 +", round(b5[7], 4),  
 " \* x1 \* x2 \* x3 + ", round(b5[8], 4), "\* x1^2 + ", round(b5[9], 4), "\* x2^2", round(b5[10], 4),  
 "\* x3^2")  
 DB = (D1 + D2 + D3 + D4 + D5 + D6 + D7 + D8 + D9 + D10 + D11 + D12 + D13 + D14 + D15) / 15  
 Dbeta2 = DB / (15 \* m)  
 Dbeta = math.sqrt(Dbeta2)  
 beta0 = (y1Sr \* x\_norm[0][0] + y2Sr \* x\_norm[1][0] + y3Sr \* x\_norm[2][0] + y4Sr \* x\_norm[3][0] + x\_norm[4][  
 0] \* y5Sr +  
 x\_norm[5][0] \* y6Sr + x\_norm[6][0] \* y7Sr + x\_norm[7][0] \* y8Sr + y9Sr \* x\_norm[8][0] + y10Sr \* x\_norm[9][  
 0] + y11Sr \* x\_norm[10][0] + y12Sr \* x\_norm[11][0] + x\_norm[12][0] \* y13Sr +  
 x\_norm[13][0] \* y14Sr + x\_norm[14][0] \* y15Sr) / 15  
 beta1 = (y1Sr \* x\_norm[0][1] + y2Sr \* x\_norm[1][1] + y3Sr \* x\_norm[2][1] + y4Sr \* x\_norm[3][1] + x\_norm[4][  
 1] \* y5Sr +  
 x\_norm[5][1] \* y6Sr + x\_norm[6][1] \* y7Sr + x\_norm[7][1] \* y8Sr + y9Sr \* x\_norm[8][1] + y10Sr \* x\_norm[9][  
 1] + y11Sr \* x\_norm[10][1] + y12Sr \* x\_norm[11][1] + x\_norm[12][1] \* y13Sr +  
 x\_norm[13][1] \* y14Sr + x\_norm[14][1] \* y15Sr) / 15  
 beta2 = (y1Sr \* x\_norm[0][2] + y2Sr \* x\_norm[1][2] + y3Sr \* x\_norm[2][2] + y4Sr \* x\_norm[3][2] + x\_norm[4][  
 2] \* y5Sr +  
 x\_norm[5][2] \* y6Sr + x\_norm[6][2] \* y7Sr + x\_norm[7][2] \* y8Sr + y9Sr \* x\_norm[8][2] + y10Sr \* x\_norm[9][  
 2] + y11Sr \* x\_norm[10][2] + y12Sr \* x\_norm[11][2] + x\_norm[12][2] \* y13Sr +  
 x\_norm[13][2] \* y14Sr + x\_norm[14][2] \* y15Sr) / 15  
 beta3 = (y1Sr \* x\_norm[0][3] + y2Sr \* x\_norm[1][3] + y3Sr \* x\_norm[2][3] + y4Sr \* x\_norm[3][3] + x\_norm[4][  
 3] \* y5Sr +  
 x\_norm[5][3] \* y6Sr + x\_norm[6][3] \* y7Sr + x\_norm[7][3] \* y8Sr + y9Sr \* x\_norm[8][3] + y10Sr \* x\_norm[9][  
 3] + y11Sr \* x\_norm[10][3] + y12Sr \* x\_norm[11][3] + x\_norm[12][3] \* y13Sr +  
 x\_norm[13][3] \* y14Sr + x\_norm[14][3] \* y15Sr) / 15  
 beta4 = (y1Sr \* x\_norm[0][4] + y2Sr \* x\_norm[1][4] + y3Sr \* x\_norm[2][4] + y4Sr \* x\_norm[3][4] + x\_norm[4][  
 4] \* y5Sr +  
 x\_norm[5][4] \* y6Sr + x\_norm[6][4] \* y7Sr + x\_norm[7][4] \* y8Sr + y9Sr \* x\_norm[8][4] + y10Sr \* x\_norm[9][  
 4] + y11Sr \* x\_norm[10][4] + y12Sr \* x\_norm[11][4] + x\_norm[12][4] \* y13Sr +  
 x\_norm[13][4] \* y14Sr + x\_norm[14][4] \* y15Sr) / 15  
 beta5 = (y1Sr \* x\_norm[0][5] + y2Sr \* x\_norm[1][5] + y3Sr \* x\_norm[2][5] + y4Sr \* x\_norm[3][5] + x\_norm[4][  
 5] \* y5Sr +  
 x\_norm[5][5] \* y6Sr + x\_norm[6][5] \* y7Sr + x\_norm[7][5] \* y8Sr + y9Sr \* x\_norm[8][5] + y10Sr \* x\_norm[9][  
 5]  
 + y11Sr \* x\_norm[10][5] + y12Sr \* x\_norm[11][5] + x\_norm[12][5] \* y13Sr +  
 x\_norm[13][5] \* y14Sr + x\_norm[14][5] \* y15Sr) / 15  
 beta6 = (y1Sr \* x\_norm[0][6] + y2Sr \* x\_norm[1][6] + y3Sr \* x\_norm[2][6] + y4Sr \* x\_norm[3][6] + x\_norm[4][  
 6] \* y5Sr +  
 x\_norm[5][6] \* y6Sr + x\_norm[6][6] \* y7Sr + x\_norm[7][6] \* y8Sr + y9Sr \* x\_norm[8][6] + y10Sr \* x\_norm[9][  
 6] + y11Sr \* x\_norm[10][6] + y12Sr \* x\_norm[11][6] + x\_norm[12][6] \* y13Sr +  
 x\_norm[13][6] \* y14Sr + x\_norm[14][6] \* y15Sr) / 15  
 beta7 = (y1Sr \* x\_norm[0][7] + y2Sr \* x\_norm[1][7] + y3Sr \* x\_norm[2][7] + y4Sr \* x\_norm[3][7] + x\_norm[4][  
 7] \* y5Sr +  
 x\_norm[5][7] \* y6Sr + x\_norm[6][7] \* y7Sr + x\_norm[7][7] \* y8Sr + y9Sr \* x\_norm[8][7] + y10Sr \* x\_norm[9][  
 7] + y11Sr \* x\_norm[10][7] + y12Sr \* x\_norm[11][7] + x\_norm[12][7] \* y13Sr +  
 x\_norm[13][7] \* y14Sr + x\_norm[14][7] \* y15Sr) / 15  
 beta8 = (y1Sr \* x\_norm[0][8] + y2Sr \* x\_norm[1][8] + y3Sr \* x\_norm[2][8] + y4Sr \* x\_norm[3][8] + x\_norm[4][  
 8] \* y5Sr +  
 x\_norm[5][8] \* y6Sr + x\_norm[6][8] \* y7Sr + x\_norm[7][8] \* y8Sr + y9Sr \* x\_norm[8][8] + y10Sr \* x\_norm[9][  
 8] + y11Sr \* x\_norm[10][8] + y12Sr \* x\_norm[11][8] +  
 x\_norm[12][8] \* y13Sr +  
 x\_norm[13][8] \* y14Sr +  
 x\_norm[14][8] \* y15Sr) / 15  
 beta9 = (y1Sr \* x\_norm[0][9] + y2Sr \* x\_norm[1][9] + y3Sr \* x\_norm[2][9] + y4Sr \* x\_norm[3][9] + x\_norm[4][  
 9] \* y5Sr +  
 x\_norm[5][9] \* y6Sr + x\_norm[6][9] \* y7Sr + x\_norm[7][9] \* y8Sr + y9Sr \* x\_norm[8][9] + y10Sr \* x\_norm[9][  
 9] + y11Sr \* x\_norm[10][9] + y12Sr \* x\_norm[11][9] + x\_norm[12][9] \* y13Sr +  
 x\_norm[13][9] \* y14Sr + x\_norm[14][9] \* y15Sr) / 15  
 beta10 = (y1Sr \* x\_norm[0][10] + y2Sr \* x\_norm[1][10] + y3Sr \* x\_norm[2][10] + y4Sr \* x\_norm[3][10] + x\_norm[4][  
 10] \* y5Sr +  
 x\_norm[5][10] \* y6Sr + x\_norm[6][10] \* y7Sr + x\_norm[7][10] \* y8Sr + y9Sr \* x\_norm[8][10] + y10Sr \*  
 x\_norm[9][  
 10] + y11Sr \* x\_norm[10][10] + y12Sr \* x\_norm[11][10] + x\_norm[12][10] \* y13Sr +  
 x\_norm[13][10] \* y14Sr + x\_norm[14][10] \* y15Sr) / 15  
  
 t0 = abs(beta0) / Dbeta  
 t1 = abs(beta1) / Dbeta  
 t2 = abs(beta2) / Dbeta  
 t3 = abs(beta3) / Dbeta  
 t4 = abs(beta4) / Dbeta  
 t5 = abs(beta5) / Dbeta  
 t6 = abs(beta6) / Dbeta  
 t7 = abs(beta7) / Dbeta  
 t8 = abs(beta8) / Dbeta  
 t9 = abs(beta9) / Dbeta  
 t10 = abs(beta10) / Dbeta  
 f3 = f1 \* 15  
 ttabl = 2.042  
 print("Оцінимо значимість коефіцієнтів регресіїї згідно критерію Стьюдента")  
 print(t0, " ", ttabl)  
 print(t1, " ", ttabl)  
 print(t2, " ", ttabl)  
 print(t3, " ", ttabl)  
 print(t4, " ", ttabl)  
 print(t5, " ", ttabl)  
 print(t6, " ", ttabl)  
 print(t7, " ", ttabl)  
 print(t8, " ", ttabl)  
 print(t9, " ", ttabl)  
 print(t10, " ", ttabl)  
  
 coef = [1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  
 if t1 > ttabl:  
 coef[1] = 1  
 if t2 > ttabl:  
 coef[2] = 1  
 if t3 > ttabl:  
 coef[3] = 1  
 if t4 > ttabl:  
 coef[4] = 1  
 if t5 > ttabl:  
 coef[5] = 1  
 if t6 > ttabl:  
 coef[6] = 1  
 if t7 > ttabl:  
 coef[7] = 1  
 if t8 > ttabl:  
 coef[8] = 1  
 if t9 > ttabl:  
 coef[9] = 1  
 if t10 > ttabl:  
 coef[10] = 1  
 print("Значимі коефіцієнти (1 - значимий) ", coef, "\n")  
 yQ = [[0], [0], [0], [0], [0], [0], [0], [0], [0], [0], [0], [0], [0], [0], [0]]  
 for i in range(15):  
 for j in range(11):  
 yQ[i][0] += coef[j] \* b5[j] \* x\_nat[i][j]  
 print("Рівняння регресії згідно критерію Стьюдента")  
 print("y = ", coef[0] \* round(b5[0], 4), "+", coef[1] \* round(b5[1], 4), " \* x1 +", coef[2] \* round(b5[2], 4),  
 " \* x2 +", coef[3] \* round(b5[3], 4),  
 "\* x3 +", coef[4] \* round(b5[4], 4), " \* x1 \* x2 +", coef[5] \* round(b5[5], 4), " \* x1 \* x3 +",  
 coef[6] \* round(b5[6], 4),  
 "\* x2 \* x3 +", coef[7] \* round(b5[7], 4),  
 " \* x1 \* x2 \* x3 +", coef[8] \* round(b5[8], 4), "\* x1^2 + ", coef[9] \* round(b5[9], 4), "\* x2^2",  
 coef[10] \* round(b5[10], 4),  
 "\* x3^2")  
 # Фишер  
 d = 0  
 for i in range(len(coef)):  
 if coef[i] == 1:  
 d += 1  
 f4 = 15 - d  
 S\_ad = (m / (15 - d)) \* (pow((yQ[0][0] - y1Sr), 2) + pow((yQ[1][0] - y2Sr), 2) + pow((yQ[2][0] - y3Sr), 2) + pow(  
 (yQ[3][0] - y4Sr), 2)  
 + pow((yQ[4][0] - y5Sr), 2) + pow((yQ[5][0] - y6Sr), 2) + pow((yQ[6][0] - y7Sr), 2) + pow(  
 (yQ[7][0] - y8Sr), 2) + pow((yQ[8][0] - y9Sr), 2) + pow((yQ[9][0] - y10Sr), 2) + pow(  
 (yQ[10][0] - y11Sr), 2) + pow(  
 (yQ[11][0] - y12Sr), 2)  
 + pow((yQ[12][0] - y13Sr), 2) + pow((yQ[13][0] - y14Sr), 2) + pow((yQ[14][0] - y15Sr), 2))  
 Fp = S\_ad / DB  
 Ft = 4.1709  
 if f4 == 13:  
 Fp = 3.3158  
 if f4 == 12:  
 Fp = 2.9223  
 if f4 == 11:  
 Fp = 2.6896  
 if f4 == 10:  
 Fp = 2.5336  
 if f4 == 9:  
 Fp = 2.4205  
 if f4 == 8:  
 Fp = 2.3343  
 if f4 == 7:  
 Fp = 2.2662  
 if f4 == 6:  
 Fp = 2.2107  
 if f4 == 5:  
 Fp = 2.1646  
 if f4 == 4:  
 Fp = 2.1256  
 if f4 == 3:  
 Fp = 2.0921  
 if f4 == 2:  
 Fp = 2.063  
 if f4 == 1:  
 Fp = 2.0374  
 if Fp > Ft:  
 print(  
 "Рівняння регресії неадекватно оригіналу при рівні значимості 0.05 за критерієм Фішера. Проведіть експеримент спочатку")  
 else:  
 print("Рівняння регресії адекватно оригіналу при рівні значимості 0.05 за критерієм Фішера")

**Результати виконання програми:**

X нормалізоване =

[1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, -1, 1, 1, 1]

[1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, -1, 1, 1, 1]

[1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, 1, 1]

[1, 1, 1, -1, 1, -1, -1, -1, 1, 1, 1]

[1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, 1, 1]

[1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, 1, 1, 1, 1]

[1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, 1, 1]

[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]

[1, -1.215, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1.47623, 0, 0]

[1, 1.215, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1.47623, 0, 0]

[1, 0, -1.215, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1.47623, 0]

[1, 0, 1.215, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1.47623, 0]

[1, 0, 0, -1.215, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1.47623]

[1, 0, 0, 1.215, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1.47623]

[1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

X натуралізоване =

[1, -6, -3, -4, 18, 24, 12, -72, 36, 9, 16]

[1, -6, 5, 9, -30, -54, 45, -270, 36, 25, 81]

[1, 10, -3, 9, -30, 90, -27, -270, 100, 9, 81]

[1, 10, 5, -4, 50, -40, -20, -200, 100, 25, 16]

[1, -6, -3, 9, 18, -54, -27, 162, 36, 9, 81]

[1, -6, 5, -4, -30, 24, -20, 120, 36, 25, 16]

[1, 10, -3, -4, -30, -40, 12, 120, 100, 9, 16]

(1, 10, 5, 9, 50, 90, 45, 450, 100, 25, 81)

[1, -7.720000000000001, 1.0, 2.5, -7.720000000000001, -19.3, 2.5, -19.3, 59.59840000000001, 1.0, 6.25]

[1, 11.72, 1.0, 2.5, 11.72, 29.3, 2.5, 29.3, 137.35840000000002, 1.0, 6.25]

[1, 2.0, -3.8600000000000003, 2.5, -7.720000000000001, 5.0, -9.65, -19.3, 4.0, 14.899600000000003, 6.25]

[1, 2.0, 5.86, 2.5, 11.72, 5.0, 14.65, 29.3, 4.0, 34.339600000000004, 6.25]

[1, 2.0, 1.0, -5.397500000000001, 2.0, -10.795000000000002, -5.397500000000001, -10.795000000000002, 4.0, 1.0, 29.133006250000008]

[1, 2.0, 1.0, 10.3975, 2.0, 20.795, 10.3975, 20.795, 4.0, 1.0, 108.10800625000002]

[1, 2.0, 1.0, 2.5, 2.0, 5.0, 2.5, 5.0, 4.0, 1.0, 6.25]

Y =

[197, 200, 198]

[208, 196, 204]

[201, 196, 198]

[201, 207, 206]

[200, 197, 199]

[207, 203, 199]

[196, 208, 199]

[208, 200, 208]

[202, 197, 208]

[195, 196, 204]

[206, 195, 198]

[201, 199, 200]

[204, 201, 196]

[207, 198, 208]

[208, 195, 200]

Середні значення y 198.33 202.67 198.33 204.67 198.67 203.0 201.0 205.33

Рівняння регресії

y = 200.38 + 0.1 \* x1 + 0.6 \* x2 + 0.12 \* x3

0.28888888888888886 < 0.5157

Дисперcія однорідна

m = 3

Оцінимо значимість коефіцієнтів регресіїї згідно критерію Стьюдента

294.3095875661092 2.12

1.2171612389003779 2.12

3.529767592811067 2.12

0.3651483716701107 2.12

Значимі коефіцієнти (1 - значимий) [1, 0, 1, 0]

Рівняння регресії згідно критерію Стьюдента

y = 200.38 + 0.0 \* x1 + 0.6 \* x2 + 0.0 \* x3

Рівняння регресії адекватно оригіналу при рівні значимості 0.05 за критерієм Фішера

Process finished with exit code 0

**Висновок:** Під час виконання роботи я навчився проводити повний трьохфакторний експеримент з урахуванням квадратичних членів та перевірив, чи рівняння регресії адекватне об’єкту. Закріпив знання використання статистичних перевірок за критеріями Кохрена, Стьюдента та Фішера, проблем не виникало. Отримані результати збігаються з очікуваними.